

Министерство образования и науки Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Казанский национальный исследовательский технический университет  
им. А.Н. Туполева-КАИ»  
(КНИТУ-КАИ)  
Институт Компьютерных технологий и защиты информации  
Кафедра Компьютерных систем

УТВЕРЖДАЮ

Ответственный за ОП

Верш И.С.Вершинин

«31» 08 2017 г.

Регистрационный № 4010-17/5-001

### ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

«Алгебра и геометрия»

(наименование дисциплины, практики)

Индекс по учебному плану: Б1.Б.09.02

Направление: 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Квалификация: бакалавр

Профили: «Программное обеспечение средств вычислительной техники и автоматизированных систем», «Автоматизированные системы обработки информации и управления профиль», «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», «Системы автоматизированного проектирования (электронные средства)», «Системы автоматизированного проектирования машиностроения»

Виды профессиональной деятельности: научно-исследовательская; проектно-технологическая деятельность; организационно-управленческая.

Заведующий кафедрой ПМИ Н.Е.Роднищев

Разработчики: д.т.н., профессор кафедры ПМИ Емалетдинова Л.Ю.

к.т.н., доцент кафедры ПМИ Комиссарова Е.М.

Казань 2017 г.

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**Алгебра и геометрия**

(наименование дисциплины, практики)

Содержание фонда оценочных средств (ФОС) соответствует требованиям федерального государственного стандарта высшего образования (ФГОС ВО) по профилям : «Программное обеспечение средств вычислительной техники и автоматизированных систем», «Автоматизированные системы обработки информации и управления профиль», «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», «Системы автоматизированного проектирования (электронные средства)», «Системы автоматизированного проектирования машиностроения», учебному плану направления подготовки **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»**

Дается оценка:

- полноты и актуальности ФОС;
- соответствия ФОС задачам будущей профессиональной деятельности обучающихся, установленных ФГОС ВО;
- наличию оценочных средств для проведения различных форм контроля;
- разнообразию форм заданий, наличию контекстных заданий, заданий различного уровня трудности (сложности), вариантности.

Оценивается уровень приближенности ФОС к задачам будущей профессиональной деятельности обучающихся.

Заключение. Учебно-методическая комиссия делает вывод о том, что представленные материалы соответствуют требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»**

и рекомендуются для использования в учебном процессе.

Рассмотрено на заседании учебно-методической комиссии института КТЗИ от 31 августа 2017 г., протокол №.8 .

Председатель УМК института КТЗИ \_\_\_\_\_

В.В. Родионов

## **Содержание**

|                                                                                                                                                                 |           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ВВЕДЕНИЕ</b>                                                                                                                                                 | <b>4</b>  |
| 1. ФОРМЫ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ                                                                                                                 | 5         |
| 2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ                                                                                                              | 5         |
| 3. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ С УКАЗАНИЕМ ЭТАПОВ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ                                                                       | 5         |
| 4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЯ ШКАЛЫ ОЦЕНИВАНИЯ                                       | 6         |
| 5. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРУ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ | 7         |
| 6. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ           | 8         |
| <b>ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ И ДОПОЛНЕНИЙ</b>                                                                                                                  | <b>24</b> |

## **Введение**

Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (ФОС ПА) **Алгебра и геометрия** – это комплект методических и контрольно-измерительных материалов, предназначенных для определения уровня сформированности компетенций, оценивания знаний, умений, владений на разных этапах освоения дисциплины для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

ФОС ПА является составной частью учебного и методического обеспечения программы бакалавриата по **направлению Информатика и вычислительная техника**

Задачи ФОС по дисциплине **Алгебра и геометрия**

- оценка запланированных результатов освоения дисциплины обучающимися в процессе изучения, в соответствии с разработанными и принятыми критериями по каждому виду контроля;

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений, навыков и формирования компетенций, определенных в ФГОС ВО по направлению подготовки

ФОС ПА по дисциплине **Алгебра и геометрия** сформирован на основе следующих основных принципов оценивания:

- пригодности (валидности) (объекты оценки соответствуют поставленным целям обучения);

- надежности (использования единообразных стандартов и критериев для оценивания запланированных результатов);

- эффективности (соответствия результатов деятельности поставленным задачам).

ФОС ПА по дисциплине **Алгебра и геометрия** разработан в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки : **09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»** для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений требованиям поэтапного формирования соответствующих составляющих компетенций и включает контрольные вопросы (или тесты) и типовые задания, необходимые для оценки знаний, умений и навыков, характеризующих этапы формирования компетенций.

### 1. Формы промежуточной аттестации по дисциплине

Дисциплина **Алгебра и геометрия** (изучается во 2 семестре при очной форме обучения и завершается промежуточной аттестацией в форме экзамена.

### 2. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине **Алгебра и геометрия** при очной форме обучения.

Таблица 1

Оценочные средств для промежуточной аттестации  
(очная форма обучения)

| № п/п | Семестр | Форма промежуточной аттестации | Оценочные средства |
|-------|---------|--------------------------------|--------------------|
| 1.    | 2 / 8   | экзамен                        | ФОС ПА             |

### 3. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

Перечень компетенций и их составляющих, которые должны быть сформированы при изучении темы соответствующего раздела дисциплины **Алгебра и геометрия**, представлен в таблице 2.

Таблица 2

Перечень компетенций и этапы их формирования  
в процессе освоения дисциплины

| № п/п | Этап формирования (семестр) | Наименование раздела                                                                                                   | Код формируемой компетенции (составляющей компетенции) |                                                | Форма промежуточной аттестации |
|-------|-----------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|
| 1.    | 2/8                         | Раздел 1. Методы решения систем линейных уравнений<br>Раздел 2. Векторная алгебра<br>Раздел 3. Аналитическая геометрия | ОК-7, ПК-3                                             | ОК-7.3, ОК-7.У, ОК-7.В, ПК-3.3, ПК-3.У, ПК-3.В | экзамен                        |

#### 4. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описания шкалы оценивания

Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на зачете / экзамене, приведены в таблице 3.

Таблица 3

Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на экзамене

| № п/п | Этап формирования (семестр) | Код формируемой компетенции (составляющей компетенции) |                                                | Критерии оценивания                                  | Показатели оценивания (планируемые результаты обучения)                                                               |                                                                                                 |                                                                                                                  |
|-------|-----------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|       |                             |                                                        |                                                |                                                      | Пороговый уровень                                                                                                     | Продвинутый уровень                                                                             | Превосходный уровень                                                                                             |
| 1.    | 2/8                         | ОК-7, ПК-3                                             | ОК-7.3, ОК-7.У, ОК-7.В, ПК-3.3, ПК-3.У, ПК-3.В | Теоретические навыки                                 | Знать и уметь применять методы решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии небольшой размерности | Знать и уметь применять методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии с       | Знать и уметь применять методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии произвольной размерности |
| 2.    | 2/8                         | ОК-7, ПК-3                                             | ОК-7.3, ОК-7.У, ОК-7.В, ПК-3.3, ПК-3.У, ПК-3.В | Практические навыки (опыт практической деятельности) | Владеть методами решения типовых задач линейной алгебры и аналитической геометрии небольшой размерности               | Владеть методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии небольшой размерности | Владеть методами решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии произвольной размерности               |



Формирование оценки при промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины зависит от уровня освоения компетенций, которые обучающийся должен освоить по данной дисциплине. Связь между итоговой оценкой и уровнем освоения компетенций (шкала оценивания) представлена в таблице 5.

Таблица 5

Описание шкалы оценивания

| Шкала оценивания                    |                    | Описание оценки в требованиях к уровню и объему компетенций                    |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| Словесное выражение                 | Выражение в баллах |                                                                                |
| Отлично<br>(Зачтено)                | от 86 до 100       | Освоен <b>превосходный</b> уровень всех компетенций (составляющих компетенций) |
| Хорошо<br>(Зачтено)                 | от 71 до 85        | Освоен <b>продвинутый</b> уровень всех компетенций (составляющих компетенций)  |
| Удовлетворительно<br>(Зачтено)      | от 51 до 70        | Освоен <b>пороговый</b> уровень всех компетенций (составляющих компетенций)    |
| Неудовлетворительно<br>(Не зачтено) | до 51              | Не освоен <b>пороговый</b> уровень всех компетенций (составляющих компетенций) |

##### 5. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Формирование оценки по результатам текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины **Алгебра и геометрия** приведено в таблице 6.

Таблица 6

## Формирование оценки по итогам освоения дисциплины

| Наименование<br>контрольного мероприятия                  | Рейтинговые показатели |               |                |                                          |                                                                |
|-----------------------------------------------------------|------------------------|---------------|----------------|------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
|                                                           | I аттестация           | II аттестация | III аттестация | по результатам<br>текущего кон-<br>троля | по итогам<br>промежуточной<br>аттестации<br>(зачета /экзамена) |
| <b>Раздел 1. Методы решения систем линейных уравнений</b> | <b>16</b>              |               |                | <b>16</b>                                |                                                                |
| Билеты текущего контроля по разделу                       | 10                     |               |                | 10                                       |                                                                |
| Выполнение контрольных работ                              | 6                      |               |                | 6                                        |                                                                |
| <b>Раздел 2 Векторная алгебра</b>                         |                        | <b>16</b>     |                | <b>16</b>                                |                                                                |
| Билеты текущего контроля по разделу                       |                        | 10            |                | 10                                       |                                                                |
| Выполнение контрольных работ                              |                        | 6             |                | 6                                        |                                                                |
| <b>Раздел 3 Аналитическая геометрия</b>                   |                        |               | <b>16</b>      | <b>16</b>                                |                                                                |
| Билеты текущего контроля по разделу                       |                        |               | 10             | 10                                       |                                                                |
| Выполнение контрольных работ                              |                        |               | 6              | 6                                        |                                                                |
| Промежуточная аттестация (экзамен):                       |                        |               |                |                                          | <b>52</b>                                                      |
| – тест промежуточной аттестации по дисциплине             |                        |               |                |                                          | 22                                                             |
| – в письменной форме по билетам                           |                        |               |                |                                          | 30                                                             |

**6 Контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины**

**ФОСТК-1**

**Раздел 1. Методы решения систем линейных уравнений**

Билет № 1 (первый раздел)

1. Определение матрицы.
2. Определение вырожденной матрицы.
3. Теорема Кронекера-Копелли

Билет № 2 (первый раздел)

1. Определение равных матриц.
2. Определение обратной матрицы.
3. Вывод формулы Крамера.



Билет № 3 (первый раздел)

1. Определение суммы матриц.
2. Свойства операции сложения и их доказательства.
3. Теорема о необходимом и достаточном условии существования обратной матрицы.

Билет № 4 (первый раздел)

1. Определение компланарных векторов.
2. Доказательство связи определителей матрицы и обратной к ней.
3. Формула Крамера в матричном виде и ее обоснование.

Билет № 5 (первый раздел)

1. Определение произведения матрицы на действительное число. Свойства операции умножения матрицы на число.
2. Определение линейной зависимости строк (столбцов).
3. Какое условие должно выполняться, чтобы квадратная однородная система линейных уравнений имела нетривиальное решение и его обоснование.

Билет № 6 (первый раздел)

1. Определение произведения двух матриц.
2. Свойства операции умножения двух матриц и их доказательства
3. Определение линейной независимости строк (столбцов).

Билет № 7 (первый раздел)

1. Определение перестановочных матриц.
2. Если ранг квадратной однородной системы линейных уравнений размерности  $n$  меньше  $n$ , то каково число линейно-независимых решений.
3. Методы нахождения ранга матрицы.

Билет № 8 (первый раздел)

1. Определение диагональной, скалярной матрицы.
2. Определение нормальной фундаментальной системы решений.
3. Необходимое и достаточное условие линейно-зависимости трех векторов и его обоснование.

Билет № 9 (первый раздел)

1. Определение транспонированной матрицы.
2. Определение базисного минора. Сколько базисных миноров может иметь матрица?
3. Свойства решений однородной системы линейных уравнений и их доказательства.

Билет № 10 (первый раздел)

1. Определение определителя матрицы.
2. Определение базисных строк и столбцов.
3. Матричная форма общего решения неоднородной системы линейных уравнений. Свойства решений неоднородной и приведенной однородной систем линейных уравнений.

Билет № 11 (первый раздел)

1. Определение минора элемента матрицы. Как он используется в определении определителя матрицы?
2. Определение вектора, его длины. Перечислить линейные операции над векторами.
3. Теорема о базисном миноре и доказательство.

Билет № 12 (первый раздел)

1. Теоремы о вычислении определителя.
2. Определение коллинеарных векторов. Определение равных векторов.
3. Сформулировать и доказать линейное свойство определителя.

Билет № 13 (первый раздел)

1. Определение «алгебраического дополнения элемента матрицы» и как оно участвует при вычислении определителя.
2. Какие действия со строками (столбцами) матрицы относятся к разряду элементарных преобразований матрицы.
3. Доказать свойство определителя о значении суммы произведения элементов одной строки (столбца) на алгебраические дополнения элементов другой строки (столбца).

Билет № 14 (первый раздел)

1. Теорема Лапласа. Привести пример.
2. Определение эквивалентных матриц. Теорема об эквивалентных матрицах.
3. Метод решения произвольной системы линейных уравнений.

Билет № 15 (первый раздел)

1. Сформулируйте свойство равноценности строк и столбцов определителя и докажите его.
2. К какому особенному виду можно привести произвольную матрицу с помощью элементарных преобразований? Сформулируйте соответствующую теорему.
3. Определение произведения вектора на вещественное число. Свойства операции умножения вектора на число и их доказательства.

Билет № 16 (первый раздел)

1. Запишите в матричной форме систему из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными.
2. Что является решением системы линейных уравнений.
3. Сформулируйте и докажите свойство асимметричности при перестановке строк и столбцов определителя.

Билет № 17 (первый раздел)

1. Определение линейно-зависимых и линейно-независимых векторов.
2. Чему равен определитель суммы двух матриц? Привести вывод формулы для произвольных матриц третьего порядка.
3. Теорема о связи коллинеарных векторов между собой, ее доказательство.

Билет № 18 (первый раздел)

1. Какая система называется совместной, несовместной, определенной и неопределенной.
2. Перечислите последовательность действий при решении произвольной системы линейных уравнений.
3. Необходимое и достаточное условие линейно-зависимости двух векторов и его доказательство.

**Контрольная работа первого раздела**

Вариант №1

1. Вычислить произведение матриц  $A \cdot B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 7 & 7 & -3 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти ранг матрицы  $A$  двумя методами: окаймляющих миноров и элементарными преобразованиями:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 & -7 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & -1 & 3 \\ 2 & 8 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

5. Найти решение СЛАУ методом Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4; \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8; \end{cases}$$

Вариант №2

1. Вычислить произведение матриц  $A \cdot B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель 4-го порядка

$$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 9 & 3 & -5 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Найти обратную матрицу

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найти ранг матрицы A двумя методами: окаймляющих миноров и элементарными преобразованиями:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -3 & -5 \\ -3 & 3 & 6 & 0 \\ -9 & -3 & 6 & -12 \\ -4 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix}$$

5. Найти решение СЛАУ методом Крамера.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 16; \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \\ 6x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 8; \end{cases}$$

## ФОСТК-2

### Раздел 2 Векторная алгебра

Билет № 1 (второй раздел)

1. Определение базиса на прямой, плоскости, в пространстве.
2. Чему равна длина векторного произведения? Ответ обоснуйте.
3. Преобразование декартовых координат на плоскости.

Билет № 2 (второй раздел)

1. Определение аффинной системы координат.
2. Сформулируйте и докажите алгебраические свойства векторного произведения.
3. Выведите формулу для вычисления угла между прямыми в пространстве.

Билет № 3 (второй раздел)

1. Определение декартовой системы координат.
2. Выведите формулу для вычисления векторного произведения через декартовы координаты.
3. Выведите условие параллельности и ортогональности прямых в пространстве.

Билет № 4 (второй раздел)

1. Приведите формулу разложения вектора по базису. Единственно ли разложение вектора по некоторому базису?
2. Определение смешанного произведения.
3. Выведите условие принадлежности двух прямых одной плоскости.

Билет № 5 (второй раздел)

1. Чему равны координаты суммы двух векторов и координаты произведения вектора на число? Докажите теорему.
2. Каков геометрический смысл смешанного произведения. Чему равно смешанное произведение трех компланарных векторов?
3. Выведите формулу, позволяющую вычислить угол между прямой (канонический вид) и плоскостью (общий вид).

Билет № 6 (второй раздел)

1. Что представляет собой алгебраическая и геометрическая проекции вектора на некоторую ось? Определения и докажете свойства.
2. Выведите формулу для вычисления смешанного произведения в декартовой системе координат.
3. Выведите условие параллельности и ортогональности прямой и плоскости.

Билет № 7 (второй раздел)

1. Запишите формулу для вычисления алгебраической проекции вектора на ось. Докажите соответствующую теорему.
2. Теорема о виде общего уравнения плоскости в пространстве.
3. Определение эксцентриситета эллипса, его возможные значения и его использование для анализа вида эллипса.

Билет № 8 (второй раздел)

1. Чему равны декартовы прямоугольные координаты вектора? Докажите соответствующую теорему.
2. Полное и виды неполных уравнений плоскости в пространстве. и объясните: как они располагаются в пространстве.
3. Определение директрис эллипса, их уравнения. Теорема о свойстве эллипса.

Билет № 9 (второй раздел)

1. Что представляют собой направляющие косинусы вектора, и каким свойством они обладают?
2. Выведите уравнение плоскости в отрезках.

3. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения.

Билет № 10 (второй раздел)

1. Определение векторного произведения.
2. Чему равны проекции суммы двух векторов и произведения вектора на число. Докажите соответствующую теорему.
3. Выведите формулу для вычисления угла между двумя плоскостями, если они заданы своими общими уравнениями.

Билет № 11 (второй раздел)

1. Определение скалярного произведения.
2. Выведите условия параллельности и ортогональности двух плоскостей.
3. Полярная система координат. Сферическая и цилиндрическая системы координат. Их связь с декартовыми координатами.

Билет № 12 (второй раздел)

1. Чему равно скалярное произведение двух ортогональных векторов? Докажите соответствующую теорему.
2. Выведите уравнение плоскости, проходящей через три точки.
3. Геометрические свойства векторного произведения.

Билет № 13 (второй раздел)

1. Свойства скалярного произведения и их доказательство.
2. Приведите и обоснуйте алгоритм преобразования общего уравнения плоскости в нормированное уравнение.
3. Выведите формулу для вычисления векторного произведения в декартовой системе координат

Билет № 14 (второй раздел)

1. Теорема о вычислении скалярного произведения через декартовы координаты.
2. Дайте определение отклонения точки от плоскости. Выведите формулу для вычисления отклонения точки от плоскости.
3. Алгебраические свойства смешенного произведения.

Билет № 15 (второй раздел)

1. Как определить угол между векторами, если они заданы декартовыми координатами. Приведите вывод формулы.
2. Дайте определение пучка плоскостей. Напишите уравнение плоскости из пучка плоскостей с центром на прямой  $L$ .
3. Общее уравнение прямой на плоскости. Формула для вычисления расстояния от точки до прямой на плоскости.

Билет № 16 (второй раздел)

1. Определение «правой и левой тройки».

2. Дайте определение связки плоскостей. Напишите уравнение плоскости из связки плоскостей с центром в т.М
3. Преобразование декартовых координат на плоскости.

Билет № 17 (второй раздел)

1. Определение векторного произведения и выведите его алгебраические свойства.
2. Выведите каноническое уравнение прямой в пространстве.
3. Виды уравнений прямых: общее, уравнение в отрезках, уравнение с угловым коэффициентом. Угол между прямыми на плоскости. Выведите условие параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.

Билет № 18 (второй раздел)

1. Каково необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов. Докажите.
2. Выведите уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки.
3. Определение эллипса и вывод его канонического уравнения.

### Контрольная работа второго раздела

#### Вариант №1

1. Векторы  $\overline{AB} = \vec{a}$ ,  $\overline{AD} = \vec{b}$ , служат сторонами прямоугольника ABCD. Через данные векторы выразить векторы  $\overline{DB}, \overline{BO}, \overline{OM}, \overline{MD}, \overline{MC}$ , где О – точка пересечения диагоналей, М – середина стороны АВ.
2. Найти проекцию на ось  $l$  вектора  $(2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c})$ , если  $|\vec{a}| = 1$ ;  $|\vec{b}| = 3$ ;  $|\vec{c}| = 3$  и векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  составляют с осью  $l$  углы  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$  соответственно.
3. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $|\vec{a}| = 2$ ;  $|\vec{b}| = 3$  и  $(3\vec{a} - 4\vec{b}) \perp (4\vec{a} + \vec{b})$ .
4. Вычислить модуль и направляющие косинусы вектора  $(4\vec{a} - 5\vec{b})$ , где  $\vec{a} = 2i - 3j + 4k, \vec{b} = i + k$ .
5. Найти  $\vec{a} \cdot (\vec{c} - 2\vec{b})$ ,  $\vec{a} = i + j - k, \vec{b} = 3i - 2j - k, \vec{c} = -i - j - k$ .

#### Вариант №2

1. Векторы  $\overline{AB} = \vec{a}$ ,  $\overline{AF} = \vec{b}$ , служат сторонами правильного шестиугольника  $ABCDEF$ . Через данные векторы выразить векторы  $\overline{BC}, \overline{BD}, \overline{BO}, \overline{MO}, \overline{MA}$ , где О – точка пересечения диагоналей, М – середина стороны АВ.
2. Найти проекцию вектора  $\overline{AB}$  на направление вектора  $\overline{AC}$ , если  $A(3; 0; 1), B(0; 2; 3), C(1; 3; 0)$ .



3. В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  делит сторону  $AB$  в отношении 1:4. Найти вектор  $\overline{MC}$ , если координаты вершин треугольника  $A(3; 0; 1), B(0; 2; 3), C(1; 3; 0)$ .
4. Найти единичный вектор, противоположенный вектору  $(\bar{b} - 2\bar{a})$ , где  $\bar{a} = -2i - 3j + k, b = 3i - j + 2k$ .
5. Найти длину вектора  $\cdot (\bar{p} + 2\bar{q})$ , если  $|\bar{p}| = 3; |\bar{q}| = 2, (\widehat{\bar{p}\bar{q}}) = 30^\circ$ .

### ФОСТК-3

#### Раздел 3. Аналитическая геометрия

Билет № 1 (третий раздел)

1. Эллипс (определение, каноническое уравнение, эксцентриситет и директрисы эллипса).
2. Связь между матрицами линейных преобразований в разных базисах.
3. Характеристические корни и собственные значения.

Билет № 2 (третий раздел)

1. Гипербола (определение, каноническое уравнение, асимптоты гиперболы, эксцентриситет и директрисы гиперболы).
2. Исследование формы поверхности второго порядка методом сечений на примере двуполостного гиперболоида.
3. Приведите примеры линейного пространства и не являющегося линейным пространством. Обоснуйте ответ.

Билет № 3 (третий раздел)

1. Парабола (определение, каноническое уравнение).
2. Определение линейного пространства.
3. Напишите каноническое уравнение сопряженной гиперболы и нарисуйте ее график.

Билет № 4 (третий раздел)

1. Преобразование общего уравнения кривой второго порядка.
2. Линейная зависимость и независимость элементов линейного пространства.
3. Сколько базисов в линейном пространстве и как они связаны с матрицами?

Билет № 5 (третий раздел)

1. Инварианты уравнения линии второго порядка
2. Определение базиса конечно-мерного линейного пространства.
3. Общее свойство эллипса, параболы и гиперболы.

Билет № 6 (третий раздел)

1. Уравнение поверхности второго порядка.
2. Связь между базисами. Теоремы о матрице перехода от одного базиса к другому.

3. Что представляют собой инварианты уравнения поверхности второго порядка и для чего они используются?

Билет № 7 (третий раздел)

1. Понятие поверхности второго порядка
2. Понятие координат вектора. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
3. Что представляют собой инварианты уравнения линии второго порядка и для чего они используются?

Билет № 8 (третий раздел)

1. Цилиндрические поверхности.
2. Определение линейного преобразования. Собственные значения и собственные вектора линейного преобразования. Для чего используются? Примеры линейного преобразования.
3. Что характеризует эксцентриситет параболы?

Билет № 9 (третий раздел)

1. Конические поверхности.
2. Соответствие между линейными преобразованиями и квадратными матрицами.
3. Что характеризует эксцентриситет гиперболы?

Билет № 10 (третий раздел)

1. Поверхности вращения.
2. Исследование формы поверхности второго порядка методом сечений на примере двуполостного гиперboloида.
3. Что характеризует эксцентриситет эллипса?

### Контрольная работа третьего раздела

Вариант №1

1. Найти расстояние между плоскостями  $2x - y + 3z - 1 = 0$  и  $-4x + 2y - 6z + 5 = 0$
2. Написать параметрические и общее уравнения прямой:  
 $l: \frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{1}$
3. Написать параметрические уравнения прямой, проходящей через точку  $P(3; -1; 2)$  параллельно вектору, где  $A(3; 0; -5), B(2; -2; 1)$ .
4. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямые:  
 $l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$   
 $l_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-2}$

5. Проверить, принадлежит ли прямая:  $\begin{cases} 2x - y + z + 1 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases}$  плоскости  $x - 2y + z - 2 = 0$ .

#### Вариант №2

1. Существует ли точки, принадлежащие всем трем плоскостям  $2x + y + 3z + 1 = 0$ ,  $3x + 3y - 1 = 0$ ,  $x - y + 6z + 3 = 0$ ? Если существуют, найти их все.
2. Написать каноническое и параметрические уравнения прямой:  
$$\begin{cases} x + 3y - z + 5 = 0 \\ 3x - 2y - z - 6 = 0 \end{cases}$$
3. Написать каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A(5; -3; -2)$ ,  $B(4; 0; -1)$ .
4. Найти косинус угла между прямыми:  
$$l_1: \frac{x+4}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z-3}{2}$$
$$l_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$$
5. Написать уравнение плоскости, проходящей через прямую  $l_1$  параллельно прямой  $l_2$ :  
$$l_1: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{3}$$
$$l_2: \begin{cases} 4x + 5y - 5z - 2 = 0 \\ x + 2y - 2z - 1 = 0 \end{cases}$$

#### Вопросы теста промежуточной аттестации

1. Дайте определение матрицы.
2. Какие матрицы называются равными.
3. Можно ли сложить матрицы разных порядков.
4. Как складываются две матрицы.
5. Как вычисляются элементы произведения матрицы на действительное число.
6. Как вычисляются элементы произведения двух матриц.
7. Любые ли две матрицы являются перестановочными.
8. Какая матрица называется скалярной, диагональной.
9. Какая матрица называется транспонированной.
10. Дайте определение определителя матрицы.
11. Дайте определение минора элемента матрицы.
12. Как вычислить определитель через элементы строки или столбца матрицы.
13. Что такое «алгебраическое дополнение элемента матрицы».
14. Как теорема Лапласа определяет формулу для вычисления определителя.
15. Сформулируйте свойство равноценности строк и столбцов определителя.
16. Сформулируйте свойство асимметричности при перестановке строк и столбцов определителя.
17. Сформулируйте линейное свойство определителя.

18. Чему равна сумма произведения элементов некоторой строки (столбца) на алгебраическое дополнение элементов другой строки (столбца).
19. Какая матрица называется вырожденной.
20. Какая матрица является обратной.
21. Какое условие является необходимым и достаточным условием существования обратной матрицы.
22. Как связаны между собой определители матрицы и обратной к ней.
23. Какие строки (столбцы) являются линейно-зависимыми.
24. Какие строки (столбцы) являются линейно-независимыми.
25. Что такое «ранг» и как его найти через миноры  $k$ -го порядка.
26. Что такое «базисный минор», чему равен его порядок.
27. Сколько базисных миноров может иметь матрица.
28. Что такое «базисные строки и столбцы».
29. Каким свойством обладают базисные строки и столбцы.
30. Если строки (столбцы) определителя являются линейно-зависимыми, то как это влияет на его величину.
31. Какие действия со строками (столбцами) матрицы относятся к разряду элементарных преобразований матрицы.
32. Какие матрицы называются эквивалентными.
33. К какому особенному виду можно привести произвольную матрицу с помощью элементарных преобразований.
34. Запишите в матричной форме систему из  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными.
35. Что является решением системы линейных уравнений.
36. Какая система называется совместной, несовместной, определенной и неопределенной.
37. Какое условие является необходимым и достаточным для того, чтобы система была совместной.
38. Как найти решение системы линейных уравнений с квадратной матрицей, определитель которого отличен от нуля.
39. Запишите формулу Крамера в матричном виде.
40. Перечислите последовательность действий при решении произвольной системы линейных уравнений.
41. Какой вид имеет однородная система линейных уравнений, Как ее записать в матричной форме.
42. Какое условие должно выполняться, чтобы квадратная однородная система линейных уравнений имела нетривиальное решение.
43. Если ранг квадратной однородной системы линейных уравнений размерности  $n$  меньше  $n$ , то каково число линейно-независимых решений.
44. Дайте определение нормальной фундаментальной системы решений.
45. Запишите в матричной форме произвольной решение однородной системы линейных уравнений.
46. Запишите в матричной форме общее решение неоднородной системы линейных уравнений.
47. Что такое «вектор» и как определить его длину.
48. Какие вектора называются равными, коллинеарными.
49. Что представляет из себя сумма двух векторов и каковы ее свойства.
50. Что представляет из себя разность двух векторов.
51. Что представляет из себя произведение вектора на вещественное число.
52. Как связаны коллинеарные вектора между собой.
53. Какие вектора называются линейно-зависимыми, линейно-независимыми.
54. Каково необходимое и достаточное условие линейно-зависимости двух векторов.
55. Какие вектора называются компланарными.
56. Каково необходимое и достаточное условие линейно-зависимости трех векторов.
57. Что является базисом на плоскости.

58. Что является базисом на прямой.
59. Что является базисом в пространстве.
60. Единственно ли разложение вектора по некоторому базису.
61. Чему равны координаты суммы двух векторов и координаты произведения вектора на число.
62. Что представляет собой аффинная система координат.
63. Что представляет собой декартова система координат.
64. Что представляет собой алгебраическая и геометрическая проекции вектора на некоторую ось.
65. Запишите формулу для вычисления алгебраической проекции вектора на ось.
66. Чему равны декартовы прямоугольные координаты вектора.
67. Что представляют собой направляющие косинусы вектора и каким свойством они обладают.
68. Чему равны проекции суммы двух векторов и произведения вектора на число.
69. Что такое «скалярное произведение».
70. Чему равно скалярное произведение двух ортогональных векторов.
71. Запишите свойства скалярного произведения.
72. Запишите формулу для вычисления скалярного произведения через декартовы координаты.
73. Как определить угол между векторами, если они заданы декартовыми координатами.
74. Что такое «правая и левая тройка».
75. Что представляет собой «векторное произведение».
76. Каково необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов.
77. Чему равна длина векторного произведения.
78. Запишите свойства векторного произведения.
79. Как выражается векторное произведение через декартовы координаты.
80. Дайте определение смешанного произведения.
81. Каков геометрический смысл смешанного произведения.
82. Чему равно смешанное произведение трех компланарных векторов.
83. Как выражается смешанное произведение в декартовой системе координат.
84. Напишите общее уравнение плоскости в пространстве.
85. Приведите пример неполного уравнения плоскости в пространстве и объясните: как она располагается в пространстве.
86. Напишите уравнение плоскости в отрезках.
87. Как определить угол между двумя плоскостями.
88. Запишите условие параллельности и ортогональности двух плоскостей.
89. Запишите уравнение плоскости, проходящей через три точки.
90. Запишите нормальное уравнение плоскости.
91. Дайте определение пучка и связки плоскостей.
92. Напишите уравнение плоскости из связки плоскостей с центром в  $M(x_0, y_0, z_0)$
93. Напишите каноническое уравнение прямой.
94. Напишите уравнение прямой, проходящей через две точки.
95. Напишите параметрическое уравнение прямой.
96. Как определить угол между прямыми в пространстве.
97. Каково условие параллельности и ортогональности прямых в пространстве.
98. Каково условие принадлежности двух прямых одной плоскости.
99. Как определяется угол между прямой (канонический вид) и плоскостью (обобщенный вид).
100. Напишите условие параллельности и ортогональности прямой и плоскости.
101. Дайте определение эллипса и напишите его уравнение.
102. Дайте определение гиперболы и напишите его уравнение.
103. Дайте определение параболы и напишите его уравнение.
104. Что такое «эксцентриситет» эллипса и гиперболы, что он характеризует.
105. Каким свойством обладают эллипс, гипербола и парабола.
106. Запишите общее уравнение кривой второго порядка.
107. Что такое «инварианты» уравнения кривой второго порядка и для чего они используются.

108. Запишите общее уравнение поверхности второго порядка.
109. Что такое «инварианты» уравнения поверхности второго порядка и для чего они используются.
110. Что такое «бинарная операция».
111. Какие два множества называются изоморфными.
112. Дайте определение группы и приведите пример.
113. Дайте определение кольца и приведите пример.
114. Дайте определение поля и приведите пример.

### **Билеты промежуточной аттестации (экзамена)**

#### **Билет № 1**

1. Понятие матрицы. Основные операции над матрицами и их свойства. Блочные матрицы.
2. Линейное пространство. Размерность пространства. Базис. Координаты вектора.

#### **Билет № 2**

1. Понятие определителя. Определители  $n$ -го порядка. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам любой строки или столбца.
2. Линейные преобразования. Связь линейного преобразования с матрицами. Координаты вектора после преобразования.

#### **Билет № 3**

1. Теорема Лапласа (формулировка). Свойства определителей.
2. Характеристические корни матрицы и собственные значения линейного преобразования.

#### **Билет № 4**

1. Понятие обратной матрицы. Теорема об обратной матрице. Способы вычисления обратной матрицы.
2. Уравнение линии на плоскости. Понятие об уравнении линии. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой в отрезках. Каноническое уравнение прямой.

#### **Билет № 5**

1. Ранг матрицы. Понятие линейной независимости строк матрицы. Базисный минор матрицы. Теорема о базисном миноре.
2. Прямая с угловым коэффициентом. угол между прямыми. Нормированное уравнение прямой.

#### **Билет № 6**

1. Теорема об условиях равенства нулю определителя. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы. Способы нахождения ранга матрицы.
2. Понятие об уравнении линии и поверхности в пространстве. Цилиндрические и конические поверхности.

#### **Билет № 7**

1. Понятие системы линейных уравнений и ее решения. Определение совместности, несовместности, определенности, неопределенности системы линейных уравнений общего вида. Теорема Кронекера-Капелли.
2. Общее уравнение плоскости. Неполные уравнения плоскости. Уравнение плоскости в отрезках. Нормированное уравнение плоскости. Приведение общего уравнения плоскости к нормированному виду.

Билет № 8

1. Квадратная система линейных уравнений с определителем основной матрицы, отличным от нуля. Формула Крамера.
2. Нормальный вектор. Угол между плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности плоскостей. Отклонение точки от плоскости. Пучки и связки плоскостей.

Билет № 9

1. Отыскание решения общей системы линейных уравнений.
2. Прямая линия в пространстве. Различные виды задания прямой. Угол между прямыми в пространстве. Условие параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.

Билет № 10

1. Однородная система линейных уравнений. Теорема о нетривиальной совместности общей системы линейных однородных уравнений.
2. Кривые второго порядка на плоскости. Канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Эксцентриситет эллипса и гиперболы. Директрисы эллипса, гиперболы.

Билет № 11

1. Фундаментальная система решений. Связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных уравнений.
2. Общее уравнение кривых второго порядка. Инварианты уравнения линии второго порядка и их использование для определения вида кривой второго порядка.

Билет № 12

1. Понятие вектора. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость системы векторов.
2. Поверхности второго порядка. Определение поверхности второго порядка. Инварианты уравнения поверхности второго порядка и их использование для определения вида поверхностей.

Билет № 13

1. Векторное пространство. Координаты вектора. Декартова прямоугольная система координат. Координаты точки. Проекция вектора на ось и ее свойства.
2. Поверхности вращения. Определение поверхности вращения. Эллипсоид вращения.

Билет № 14

1. Скалярное произведение векторов. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах.
2. Изоморфизм множеств. Пример изоморфных множеств.

Билет № 15

1. Векторное произведение двух векторов. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения.
2. Связь между базисами  $n$ -мерного линейного пространства.

Билет № 16

1. Смешанное произведение трех векторов и его свойства. Выражение векторного и смешанного произведения в декартовых координатах.
2. Преобразование координат вектора.

Билет № 17

1. Преобразование декартовых координат на плоскости и в пространстве.
2. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

Билет № 18

1. Преобразование декартовых координат на плоскости и в пространстве.
2. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах



## Лист регистрации изменений и дополнений

| №<br>п/п | № страницы внесения<br>изменений | Дата внесения<br>изменения | Краткое содержание<br>изменений (основание) | Ф.И.О.,<br>подпись | «Согласовано» заве-<br>дующий кафедрой,<br>ведущей дисциплину |
|----------|----------------------------------|----------------------------|---------------------------------------------|--------------------|---------------------------------------------------------------|
|          |                                  |                            |                                             |                    |                                                               |
|          |                                  |                            |                                             |                    |                                                               |
|          |                                  |                            |                                             |                    |                                                               |
|          |                                  |                            |                                             |                    |                                                               |

|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|